

sationszahl, Hydroxylzahl, Verseifungszahl, Gehalt an Unverseifbarem, an freiem und an Gesamt-Sterin, an gesättigten Säuren und an Polyensäuren. Die Gesamt-Fettsäurezusammensetzung sowie die Zusammensetzung der gesättigten Fettsäuren wurden gaschromatographisch bestimmt. Durch Alkali-Isomerisierung mit nachfolgender spektralphotometrischer Messung wurden die Gehalte der Öle an Dien-, Trien-, Tetraen-, Pentaen- und Hexaensäuren ermittelt.

### Literatur

1. BROWN, F., Nature (London) **171**, 790 (1953). — 2. KLENK, E. und L. BRICKER-VOIGT, Z. Physiol. Chem. **324**, 1 (1961). — 3. KLENK, E. und H. BROCKERHOFF, Z. Physiol. Chem. **310**, 153 (1958). — 4. KLENK, E. und D. EBERHAGEN, Z. Physiol. Chem. **307**, 42, 272 (1957); Z. Physiol. Chem. **328**, 180 (1962). — 5. KLENK, E. und H. STEINBACH, Z. Physiol. Chem. **316**, 31 (1959). — 6. N. N., I. Fette-Seifen-Anstrichmittel **60**, 469 (1958); II. Fette-Seifen-Anstrichmittel **61**, 472 (1959). — 7. NOTEVARD, O. und B. N. CYVIN, Paper presented at FAO International Conference on Fish in Nutrition (Washington 1961). — 8. PATHAK, S. P., P. N. SUWAL, J. Amer. Oil Chem. Soc. **31**, 332 (1954); J. Amer. Oil Chem. Soc. **32**, 7 (1955). — 9. PATHAK, S. P. und B. R. REDDY, Biochem. J. **85**, 618 (1962). — 10. PRADHAN, S. K. und N. G. MAGAR, Indian J. Med. Res. **44**, 11 (1956). — 11. PRIVETT, O. S., Annual Report of the Hormel Institute for 1955/56, S. 59. — 12. TOYAMA, Y., SHIMOOKA, T., IWATA, Y. und K. FUJIMURA, Fette-Seifen-Anstrichmittel **61**, 461 (1959). — 13. KHOE, T. H., Arch. Fischereiwiss. **13**, 9 (1962). — 14. SWAIN, L. A., Progress in the Chemistry of Fats, Band 5, Kapitel 5, Seite 117 (London 1958). — 15. KAUFMANN, H. P., Analyse der Fette und Fettprodukte, S. 1150 (Berlin-Göttingen-Heidelberg 1958). — 16. MARKLEY, K. S., Soybeans and Soybean Products (New York 1950). — 17. KAUFMANN, H. P., siehe (15), Seite 571. — 18. KAUFMANN, H. P., siehe (15), Seite 1295. — 19. KAUFMANN, H. P., siehe (15), Seite 530. — 20. KAUFMANN, H. P., siehe (15), Seite 559. — 21. KAUFMANN, H. P., siehe (15), Seite 530. — 22. KAUFMANN, H. P., siehe (15), Seite 447. — 23. KAUFMANN, H. P., siehe (15), Seite 463. — 24. SÜLLMANN, H., Klin. Wschr. **39**, 386 (1961). — 25. SPERRY, W. M. und M. WEBB, J. Biol. Chem. **187**, 97 (1950). — 26. KAUFMANN, H. P. und G. SCHMIDT, Fette-Seifen-Anstrichmittel **62**, 164 (1960). — 27. PIKAAR, N. A. und J. NIJHOF, Biochem. J. **70**, 52 (1958). — 28. WILLIAMS, M. C. und R. REISER, J. Amer. Oil. Chem. Soc. **40**, 237 (1963).

#### Anschrift des Verfassers:

Privatdozent Dr. A. FRIOKER, 6500 Mainz, Physiologisch-chemisches Institut der Universität

*Aus dem Max-Planck-Institut für Ernährungsphysiologie, Dortmund (Direktor: Prof. Dr. Dr. h.c. H. Kraut) und aus der Abteilung für Anwendungsforschung der DEGUSSA, Frankfurt/M.*

## Versuche zur Berechnung von Minimalkosten der menschlichen Ernährung mit Hilfe der Linearen Programmierung

Von WILLI WIRTHS, ALFONS BECHER und WALTER PRINZ

Mit 8 Tabellen

(Eingegangen am 12. März 1964)

Die lineare Programmierung (LP) ist eine Methode, die mehr und mehr zur Untersuchung mathematischer Modelle bei wirtschaftlichen Vorgängen angewendet wird (operational research). Nach BECHER et al. (2) wurde sie 1947 von G. B. DANTZIG und KOOPMANS (4) in den USA konzipiert und von diesen und

anderen Forschern in der Folgezeit weiter ausgebaut. Die erste Anwendung zur Kostenminimierung einer Futtermischung geschah 1951 durch *F. V. Waugh* (14) in den USA. In Deutschland haben *G. WEINSCHENK* und *E. NEANDER* (15) 1959 über das Verfahren zur Berechnung eines Milchviehfutters berichtet. Inzwischen liegen weitere Anwendungsbispiel vor, so von *BECHER* et al. (2) bei der Mischfutterherstellung, von *LORENZ* (9) zum gleichen Thema, von *SCHOLTYSEK* et al. (12) beim Legehennenfutter, von *BECHER* et al. (1) beim Futter für Fleischschweine, *REISCH* (11) gibt einen umfassenden Überblick der Methoden, der Einsatzmöglichkeiten sowie der zahlreichen Veröffentlichungen, wo das Verfahren schon erfolgreich angewendet wurde. An zusammenfassenden deutschsprachigen Darstellungen über System und Anwendung der linearen Programmierung sind die von *KRELLE* und *KÜNZI* (7), *JOKSCH* (6) und *LANGEN* (8) zu nennen.

### Methode

Das Grundproblem der linearen Programmierung, z. B. für den Fall einer Futtermischung ist, den Wert der Preisfunktion  $P = p_1 x_1 + p_2 x_2 + \dots + p_n x_n$  minimal zu machen. Darin bedeuten  $P$  den zu minimierenden Gesamtpreis der Mischung,  $p_1, \dots, p_n$  die Preise der einzelnen Futtermittel und  $x_1, \dots, x_n$  die Mengenanteile der betreffenden Futtermittel. Die Variablen  $x_1, \dots, x_n$  sollen gleichzeitig einer Anzahl von linearen Ungleichungen genügen, z. B.  $a_{i1} x_1 + a_{i2} x_2 + a_{i3} x_3 + \dots + a_{in} x_n \geq 0,49\%$ . Diese Ungleichung ist z. B. die Methioninrestriktion. Darin bedeuten  $a_{i1}, \dots, a_{in}$  die Methioningehalte der Futtermittel  $x_1, \dots, x_n$ ;  $x_1, \dots, x_n$  bedeuten die Mengen der betreffenden Futtermittel. Die Summe dieser Produkte soll gleich oder größer als 0,49% sein, die Mischung also 0,49% oder mehr Methionin enthalten. Für jede der Bedingungen (Restriktionen), denen das Futter entsprechen soll, muß eine derartige Ungleichung aufgestellt werden. Ferner gilt, daß keine der Variablen  $x_1, \dots, x_n$  einen kleineren Wert als Null annehmen darf. Das lineare Ungleichungssystem wird durch Einführung neuer Variablen, der Schlupfvariablen, in ein Gleichungssystem überführt. Aus diesem System werden so viele Variablen, wie Gleichungen vorhanden sind, ausgerechnet (wobei die übrigen Variablen gleich Null gesetzt werden). Die ausgerechneten Variablen werden in die Preisfunktion eingesetzt. Dieses Verfahren wird nach einem bestimmten Algorithmus solange wiederholt, bis der Wert der Preisfunktion minimal geworden ist. Falls das Problem überhaupt eine Lösung hat, wird sie nach einer endlichen Anzahl von Rechenschritten erreicht, wobei die Zahl der Rechenschritte etwa der doppelten Anzahl der ursprünglich vorhandenen Ungleichungen entspricht. Zur Bewältigung des auch bei kleineren Modellen schon recht erheblichen Rechenaufwandes ist eine elektronische Rechenmaschine notwendig.

Die Vorteile dieser Methode gegenüber der üblichen Berechnungsweise liegen darin, daß die Rechenanlage eine nur durch die Maschinenkapazität begrenzte Anzahl von Komponenten und Bedingungen gleichzeitig übersehen und bewerten kann. Sie rechnet schnell, hinreichend genau und vernachlässigt keine der Hunderte von eingegebenen Daten. Die Rechenanlage macht mithin perfekten Gebrauch von den ihr eingegebenen Befehlen und Informationen. Schließlich liefert das von der Maschine gedruckte Resultat noch weitere wertvolle Informationen, die „Preisgrenzen“ und „Schattenpreise“, welche nach der üblichen Methode nicht erhalten werden können.

Die lineare Programmierung ist also ein Verfahren zur Lösung von Optimierungsaufgaben, wobei theoretisch beliebig viele Komponenten, z. B. Produkte verschiedener Herkunft oder verschiedener chemischer Zusammensetzung, unter Beachtung von Bedingungen und Nebenbedingungen, erwünschten Erscheinungen und Nebenwirkungen so kombiniert werden, daß unter gegenseitiger Kompensation die geringstmöglichen Kosten entstehen oder der höchstmögliche Gewinn erzielt wird. Die lineare Programmierung ist unbestechlich und nutzt unfühlbar sämtliche Gewinnchancen aus. Die Zahl der Bedingungen und

Komponenten ist nur durch die Speicherkapazität der Rechenmaschine begrenzt. So können auf dem *Universal Computing Tabulator* (UCT) Matrizen von der Größe  $63 \times 64$  und auf der IBM 704 Matrizen  $120 \times 40$  behandelt werden.

Bei der Festlegung der Komponenten und Bedingungen kann man verschiedenartige Aspekte (ernährungsphysiologische, arbeitswirtschaftliche, ernährungswirtschaftliche, versorgungstechnische, produktionsbedingte) berücksichtigen oder vorrangig werden lassen. Voraussetzung dabei ist, daß es sich um quantifizierbare Komponenten und Bedingungen handelt, die durch lineare Operationen miteinander verknüpfbar sind, was z. B. für Gewichte, Konzentrationen usw., nicht aber für Empfindungen, wie subjektiv organoleptische, zutrifft. Wesentliche wertbestimmende Faktoren der Nahrungsmittel sind messbar. Im praktischen Bereich verhalten sie sich mit guter Annäherung additiv. Damit ist die LP auf quantitative Ernährungsprobleme grundsätzlich anwendbar. Den Beweis in produktionstechnischer Hinsicht hat bereits die amerikanische Geflügelindustrie geliefert, die jährlich über zwei Milliarden Brathühner erzeugt. Die LP als Rationalisierungsverfahren wird von ihr anerkannt und angewendet, wie aus mehreren Veröffentlichungen hervorgeht (5), (10), (3).

### Ergebnisse

Angeregt durch ein im Oktober 1962 in Frankfurt/M. veranstaltetes Symposium der Abteilung für Anwendungsforschung der DEGUSSA, fanden seitens der Verfasser Überlegungen statt, ob und inwieweit die lineare Programmierung für Kostenberechnungen der menschlichen Ernährung nach Maßstäben einer „vollwertigen Ernährung“ anwendbar ist. In mancher Beziehung befindet sich die menschliche Ernährung experimentell gegenüber der tierischen im Nachteil. Es ist noch nicht genau bekannt, wie hoch der Bedarf des Menschen an einzelnen Nahrungskomponenten ist. Die menschliche Bedarfsbestimmung beruht noch weitgehend auf einer Verhinderung von Mangelkrankheiten. Das Optimum der Versorgung, das identisch mit dem Optimum an Leistungsfähigkeit und Krankheitsresistenz ist, liegt jedoch viel höher. Die menschliche Ernährungswissenschaft behilft sich bei Bedarfsangaben in der Weise, daß sie von einer „wünschenswerten Höhe der Nahrungszufuhr“ spricht.

Für die Bewertung des Nahrungs-Solls werden in vorliegender Abhandlung die vom Ausschuß für Nahrungsbedarf der Deutschen Gesellschaft für Ernährung (DGE) erarbeiteten Empfehlungen über die „wünschenswerte Höhe der Nahrungszufuhr“ (18) verwendet. Die dort veröffentlichten Zahlen geben weder den Mindestbedarf noch die optimale Zufuhr an Nährstoffen an. Sie sind als Vorschläge für die wünschenswerte Nahrungsversorgung zu bewerten. In ähnlicher Weise sind die hiermit weitgehend übereinstimmenden Empfehlungen des FAO-Committee on Calorie Requirements (19), die Recommended Dietary Allowances des Food and Nutrition Board des National Research Council der USA (23), zu verstehen, die Richtsätze des British Medical Association (16), des Canadian Council on Nutrition (17), des l'Institut National d'Hygiène in Frankreich (13), die Mitteilungen der Niederländischen Ernährungskommission (21) und der Bedarfsnormen des Ministeriums für Gesundheitsschutz der UdSSR (22). Nach gesammelten Erfahrungen bleiben gesunde Personen bei Aufnahme der empfohlenen Nährstoffmengen in gutem Ernährungszustand. Die Zahlen beziehen sich auf Personen durchschnittlicher Körpermaße. Die genaue Berechnung des Tagesumsatzes für einzelne Personen erfordert gegenüber den genannten Richtsätzen, die in Tab. I wiedergegeben werden, Zu- oder Abschläge für Körpermaße und Lebensalter (Tab. I).

Tabelle I. Empfehlungen für die Höhe der täglichen Kalorien- und Nährstoffzufuhr<sup>1)</sup> der DGE.

Verbrauchergruppe		Kalorien kcal	Eiweiß g/kg	Calcium g	Eisen mg	A I.E.	B <sub>1</sub> mg	Vitamine B <sub>2</sub> mg	C mg
<i>Körperlich nicht Arbeitende</i>	männl. 25 Jahre	2550	1,0	0,8	10	5000	1,7	1,8	75
	" 45 "	2400	1,0	0,8	10	5000	1,7	1,8	75
	" 65 "	2250	1,2	0,8	10	5000	1,7	1,8	75
	weibl. 25 Jahre <sup>2)</sup>	2200	1,0	0,8	12	5000	1,5	1,8	75
<i>Mittelschwerarbeiter</i>	" 45 "	2100	1,0	0,8	12	5000	1,5	1,8	75
	" 65 "	2000	1,2	0,8	12	5000	1,5	1,8	75
	männl. weibl. <sup>2)</sup>	75 bis 150	1,0	0,8	10	5000	2,2	1,8	75
	Mehrbedarf je Arbeits- stunden	60 bis 120	1,0	0,8	12	5000	1,9	1,8	75
<i>Schwerarbeiter</i>	männl. weibl. <sup>2)</sup>	150 bis 225	1,0	0,8	10	5000	2,5	1,8	75
	männl. weibl. <sup>2)</sup>	120 u. mehr	1,0	0,8	12	5000	2,1	1,8	75
	männl.	225 u. mehr	1,0	0,8	10	5000	2,9	1,8	75
<i>Schwangerarbeiter</i>	Werdende Mütter bis Ende des 5. Monats <sup>3)</sup>	2400	1,0	1,5	15	5000	1,7	2,0	100
	Werdende Mütter ab 6. Monat <sup>3)</sup>	2880	1,5	1,5	15	6000	2,1	2,0	100
	Stillende Mütter <sup>2)</sup>	4)	2,0	15	8000	2,3	2,5	120	
<i>Säuglinge</i>	0- 3 Monate <sup>3)</sup>	120/kg	3,5	0,7			0,3	0,6	30
	4- 6 "	100/kg	3,0	0,7			0,4	0,6	30
	7- 9 "	90/kg	2,7	0,7			0,4	0,7	35
	10-12 "	85/kg	2,5	0,7			2000	0,5	35
<i>Kinder</i>	1- 3 Jahre	80/kg	2,4	1,0	7	2000	0,7	0,8	40
	4- 6 "	75/kg	2,2	1,0	8	2500	1,0	0,8	50
	7- 9 "	65/kg	2,0	1,0	10	3500	1,3	0,9	60
	10-14 "	50-60/kg	1,8	1,0	14	4500	1,7	1,8	75
<i>Knaben</i>	10-14 "	50-60/kg	1,8	1,0	14	4500	1,4	1,8	75
	15-18 "	2800	1,5	1,0	15	5000	2,0	1,8	75
	15-18 "	2400	1,5	1,0	15	5000	1,7	1,8	75

<sup>1)</sup> Alle Angaben beziehen sich auf die Person, wenn nicht das Zeichen „kg“ beigefügt ist; in diesem Fall auf kg Körpergewicht (so bei der Kalorienzufuhr den Säuglinge und Kinder sowie der Eiweißzufuhr aller Personen).

<sup>2)</sup> Hausarbeit ist mit weiteren 500-600 kcal/Tag zu veranschlagen.

<sup>3)</sup> Die Angaben beziehen sich nur auf künstlich ernährte Säuglinge (Flaschenkinder).

<sup>4)</sup> Stillende Mütter sollen eine Zulage von 120 kcal und 5 g Eiweiß/100 ml Stillleistung erhalten.

Für Berechnung des menschlichen Nahrungsbedarfs und vor allem für die Berechnung der Mindestkosten für eine Ernährung ist es weiterhin erforderlich, daß man einen dem üblichen Nahrungsverbrauch entsprechenden Nahrungsmittelwarenkorb nach allgemeingültigen Preisen zugrundelegt. Hier ist darüber hinaus zu beachten, irgendwelche Willküren zu vermeiden. Vornehmlich ist Wert darauf zu legen, objektive Maßstäbe der Bedarfsdeckung zu verwenden, anstelle von subjektiven Einschätzungen der Bekömmlichkeit und wissenschaftlich nicht definierbaren organoleptischen Empfindungen. Wie die Zahlen in Tab. 1 zeigen, kommt es nicht auf einzelne Nahrungsmittel an, sondern auf Nährstoffe als Bestandteile von Nahrungsmitteln, die in einer vollwertigen Ernährung enthalten sein müssen, oder durch deren Zusammenwirken eine vollwertige Ernährung gewährleistet wird.

Tabelle 2. Verwendete Lebensmittel und ihre Preise (DM/kg)

Lebensmittel	DM/kg	Lebensmittel	DM/kg
Rindfleisch, mittelfett	5,45	Pflanzenöl	2,06
Schweinefleisch, mittelfett	5,31	Kokosfett	2,96
Hammelfleisch, im Durchschnitt	4,71	Speck	3,96
Wurstwaren		Brot	0,81
(Leberwurst im Durchschnitt)	4,80	Weizenmehl	0,96
Frischfisch (Kabeljau)	2,33	Nudeln	1,28
Salzheringe	1,62	Haferflocken	1,07
Vollmilch	0,44	Reis	1,01
Trockenmagermilch	2,00	Hülsenfrüchte	1,35
Käse, vollfett	5,21	Kartoffeln	0,28
Käse, halbfett	2,47	Rüben	0,91
Käse, mager	2,17	Kohl	0,77
Quark	1,19	Grüne Bohnen	1,82
Eier	3,33	Salat	1,78
Zucker	1,23	Tomaten	1,80
Butter	6,55	Spinat	1,09
Geflügel	4,92	Äpfel	0,90
Schweineschmalz	1,81	Steinobst	1,24
Margarine	2,20	Beerenobst	1,25
		Orangen	1,39
Multivitamintabletten A		0,165 DM je Tablette	
"	B	0,094 DM "	"
"	C	0,467 DM "	"

Quelle: Preise, berechnet nach (24).

Für eine retrospektive Übersicht, wie sie hier angestrebt wird, sind die Preise eines gewogenen Jahresmittels am wenigsten anfechtbar, weil es nicht gestattet ist, den mittleren Preis eines Nahrungsgutes von einem Monat oder den durchschnittlichen Preis von einem Quartal zu berücksichtigen. Sonst liefert man leicht Gefahr, Anomalien zu Grundlagen zu erheben. In Tab. 2 werden die Nahrungsmittelpreise angegeben, die in die Berechnungen einbezogen wurden. Andererseits erweist sich die LP besonders wertvoll bei der Untersuchung aktueller Probleme, z. B. die Ermittlung der preiswürdigsten Lösung unter Beachtung saisonaler Schwankungen.

Die Nährstoffanalysen und Kalorienwerte üblicher Nährwerttabellen beziehen sich entweder auf die Reinsubstanzwerte der Nahrungsmittel, auf die Werte der Verbraucherstufe, also auf die verwertbaren Nährstoffe, in der eingekauften bzw. sonstwie erworbenen Nahrung, oder auf beide. Um eine Umrechnung der Nährstoffmengen, die im genießbaren Teil einer Ware enthalten sind, „as purchased“ im angloamerikanischen Schrifttum bezeichnet, auf die tatsächlich aufgenommene Nahrung „as actually eaten“ vornehmen zu können, müssen die Nährstoff- und Kaloriengehalte der sog. Verbraucherstufe benutzt werden. Hier werden die Nährstoffmengen der Kleinen Nährwerttabelle der Deutschen Gesellschaft für Ernährung (20) verwendet. Diese Nährstoffmengen beziehen sich aber nicht darauf, wie viel von den Nährstoffen tatsächlich resorbiert, d. h. aus dem Verdauungstrakt in den intermediären Stoffwechsel aufgenommen wird, sondern auf den resorbierbaren Teil der Nährstoffe und auf die sich daraus ergebenden Kalorien.

### Tagesrationen

Für die Berechnung<sup>1)</sup> der folgenden Minimalkostenlösungen wurden an Eingangsdaten benutzt:

- Nahrungsmittel und Preise nach Tab. 2,
- Nährstoff- und Kaloriengehalt der „Kleinen Nährwerttabelle der Deutschen Gesellschaft für Ernährung“,
- Die in Tab. 3 genannten Bedingungen – in der Terminologie der LP „Restriktionen“ genannt –, die größtenteils der Tab. 1 entnommen wurden.

*Tabelle 3. Restriktionen*

Gesamteiweiß	grgl. <sup>1)</sup>	69 g	Vitamin A grgl. 8870 <sup>3)</sup> I.E.
davon tierisches Eiweiß	grgl.	38 g	„ B <sub>1</sub> grgl. 1,4 mg
Fett (Reinfett)	klgl. <sup>2)</sup>	78 g	„ B <sub>2</sub> grgl. 1,7 mg
davon Speisefette	klgl.	40 g	„ C grgl. 75 mg
Kalorien		2230–2500 kcal	
Calzium	grgl.	880 mg	
Phosphor	grgl.	1360 mg	
Eisen	grgl.	15 mg	

<sup>1)</sup> grgl. = größer gleich

<sup>2)</sup> klgl. = kleiner gleich

<sup>3)</sup> infolge höherem Anteil an Karotin

Die in Tab. 3 dargestellte Tagesration ist eine Empfehlung für einen Mann mittleren Alters mit vorwiegend sitzender Beschäftigung. Die Nährwertzusammensetzung errechnet sich aus dem Warenkorb der unteren Verbrauchergruppe (24). Aus dem Grund ist die geforderte Kalorienzahl relativ gering. Als Ergebnis der Berechnung erhielten wir die Ration Nr. 1 (Tab. 4).

Die von der Maschine gedruckte Lösung enthält neben der Zusammensetzung der Minimalkostenmischung noch weitere wirtschaftlich bedeutsame Informationen. Unter den Mengenangaben der aktiv gewordenen Lebensmittel

<sup>1)</sup> Alle in dieser Untersuchung angeführten Minimalkostenlösungen wurden auf der UNIVAC-UCT der DEGUSSA berechnet (A. BECHER und W. PRINZ).

stehen in Tab. 4 zwei weitere Zahlenangaben. Es sind dies die oberen (1. Zahlen) und die unteren (2. Zahlen) Preisgrenzen. Addiert man die obere Grenze zum tatsächlichen Preis des Lebensmittels und subtrahiert man die untere Grenze vom tatsächlichen Preis des betreffenden Lebensmittels, so erhält man einen *Preisbereich*, innerhalb dessen der Preis des Lebensmittels schwanken darf, ohne daß sein Mengenanteil in der Minimalkostenlösung verändert wird. Solche Preisschwankungen erhöhen bzw. erniedrigen proportional den Preis der Minimalkostenmischung. Verläßt der Preis eines Lebensmittels in der Minimalkostenlösung diesen Preisbereich nach oben oder unten, so entsteht eine neue Minimalkostenlösung, d. h. es muß neu gerechnet werden.

In Tab. 5 sind diejenigen der vorgenannten Restriktionen (Tab. 3) angegeben, die bei der Berechnung der Rationen genau erfüllt wurden. Diese Restriktionen limitieren auch den Preis der Lösung. Bei der Ration 1 wurden die Bedingungen für tierisches Eiweiß, Kalorien untere Grenze, Vitamin A, Vitamin C und Speisefette genau erfüllt. Jede Erhöhung des Gehaltes an tierischem Eiweiß, Kalorien, Vitamin A und C und jede Erniedrigung der Speisefettförderung würde die Ration verteuern. Die Zahlen in Spalte 1 der Tab. 5 geben an, wieviel eine Erhöhung bzw. Erniedrigung der limitierenden Restriktionen kostet. Die Ration 1 verteuert sich um DM 0,02, wenn die Forderung für tierisches Eiweiß um 10 g erhöht würde. Die Werte in Tab. 5 gelten nicht für jede beliebige Erhöhung oder Erniedrigung der Restriktionen, sondern nur innerhalb bestimmter, im Lösungsausdruck angegebener Grenzen. So ist bei der Ration 1 die Variation der Forderung für tierisches Eiweiß zwischen 16,56 und 25,69 g möglich, ohne daß die Basis dieser Lösung geändert wird. Wird mehr oder weniger gefordert, dann verliert der Wert DM 0,02 pro 10 g Erhöhung bzw. Erniedrigung der Forderung für tierisches Eiweiß in Tab. 5 seine Gültigkeit, und es muß eine weitere Berechnung ausgeführt werden. Die Restriktionen, für die in Tab. 5 kein Wert angegeben wird, wurden bei der Berechnung der Rationen übererfüllt oder blieben untererfüllt. Eine Erhöhung der Gesamteiweißförderung bei Ration 1, der Kalzium-, Phosphor- und Eisenförderung sowie eine Erniedrigung der Gesamtfettförderung innerhalb gewisser im Lösungsausdruck angegebener Grenzen, würden also diese Ration nicht verteuern. Man ersieht also aus Tab. 5, welche Bedingungen eine Ration verteuern, und man kann den Betrag der Preiserhöhung bzw. -erniedrigung ablesen.

Die Lösung liefert ferner für die nicht in der Minimalkostenlösung genannten Nahrungsmittel sog. *Schattenpreise* (Tab. 6). Subtrahiert man den Schattenpreis von dem tatsächlichen Preis des betreffenden Lebensmittels, so erhält man den „Wert“ dieses Lebensmittels. Das ist der Preis, zu dem oder unterhalb dessen das Produkt in die Minimalkostenlösung gelangen würde. Wird ein Lebensmittel billiger als sein „Wert“, so entsteht eine neue Minimalkostenlösung; es muß neu gerechnet werden.

In Tab. 6 werden Schattenpreise derjenigen nicht aktiv gewordenen Nahrungsmittel der Rationen 1-9 mitgeteilt, die unter DM 1,00/kg oder je Tablette liegen. Die Schattenpreise aller anderen Nahrungsmittel liegen über DM 1,00/kg. Diese Nahrungsmittel müssen also um mehr als DM 1,00 per kg billiger werden, um in die Minimalkostenlösung zu gelangen.

Die Zusammensetzung der Ration 1 ist zwar hinsichtlich der geforderten Nährstoffe komplett, läßt sich aber praktisch kaum verwirklichen. Da sie aber unter den gegebenen Bedingungen die absolut billigste Mischung darstellt, ist

Tabelle 4. Zusammensetzung der Minimalkosten-Rationen 1-9<sup>1)</sup>

Ration	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Preis DM	0,8086	0,9261	1,1069	1,1318	1,4775	0,3442	0,7895	1,0049	1,0835
Rindfleisch	—	—	—	—	0,02-0,04	—	—	0,26-0,35	108,93 0,08-1,58
Schweinefleisch	—	—	—	—	—	—	7,50 4,00->1000	—	—
Hammfleisch	—	—	—	—	35,47 0,05-0,02	—	—	—	—
Wurstwaren	—	—	—	54,64 0,24-0,63	>1000-1,91	25,00	—	—	—
Frischfisch	—	—	—	—	—	—	—	—	11,17 0,63-0,03
Salzhering	—	—	—	—	—	12,73 0,10-0,05	—	—	—
Vollmilch	—	—	410,20 0,008-0,0220	271,18 0,03-0,07	500,00 0,03->1000	—	300,00 0,27->1000	—	—
Trockenmager- milch	100,03 0,56-0,81	—	—	30,00	—	65,50	—	—	—
Käse, halbfett	—	—	104,16 0,03-0,06	2,02->1000	—	1,90-1,00	—	—	—
Käse, mager	—	—	102,71 0,006-1,02	—	20,00 1,82->1000	20,00 2,35->1000	—	—	—
Quark	—	—	—	20,00 0,42->1000	—	—	—	—	—
Eier	—	—	—	15,00 >1000-0,66	15,00 >1000-0,20	—	97,12 24,38-0,46	171,00 0,38->1000	—
Zucker	—	—	—	—	—	20,00 >1000-1,51	—	—	—
Schweine- schmalz	40,41 0,23->1000	40,40 0,23->1000	—	25,97 0,23-0,11	—	30,00 0,22-2,22	8,70 0,23->1000	7,98 0,23-3,46	10,43 0,23->1000
Margarine	—	—	—	—	20,00 >1000-1,49	—	6,00 >1000-0,69	6,00 >1000-0,51	6,00 >1000-0,53

In den Spalten 1-3 bedeuten die oberen Zahlen Mengen in g, die unteren Zahlen obere und untere Preisgrenze in DM pro kg oder pro Tablette.

Tabelle 5. „Preise“ der Restriktionen der Rationen 1-9 in DM für die angegebenen Mengen

	Menge <sup>1)</sup>	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Kalorien <sup>2)</sup>	1000 kcal	0,260	0,230	0,040	0,040	0,220	0,034	1,480	0,237	0,236
Tierisches Eiweiß	10 g	0,020	0,027	0,040	0,103	0,031	0,197	0,120	0,120	—
Fett (Reinfett)	10 g	—	—	0,003	—	—	—	0,067	0,067	0,209
Kalzium	0,1 g	—	—	0,009	—	—	—	—	—	—
Phosphor	0,1 g	—	—	—	0,040	0,480	0,620	0,730	—	—
Eisen	10 mg	—	—	0,009	0,030	0,015	0,016	0,002	—	—
Vitamin A	1000 I.E.	0,009	—	—	—	—	—	—	—	0,018
Vitamin B <sub>1</sub>	1 mg	—	—	0,037	0,080	—	—	—	—	—
Vitamin B <sub>2</sub>	1 mg	—	—	0,020	0,020	0,110	0,018	—	—	—
Vitamin C	0,1 g	0,050	—	—	—	—	0,0027	—	—	0,004
Speisefette	10 g	0,006	0,004	0,003	—	—	0,007	0,022	0,005	0,005
Margarine	10 g	—	—	—	0,015	—	—	—	—	0,002
Pflanzenöl	10 g	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Fleisch	10 g	—	—	—	—	—	—	0,040	—	—
Vollmilch	100 g	—	—	—	—	—	—	0,027	—	—
Eier	10 g	—	—	—	—	—	—	—	0,004	—
Brot	100 g	—	—	—	—	0,0066	—	—	—	—
Haferflocken	10 g	—	—	0,002	0,0002	0,010	0,006	—	—	—
Weizenmehl	10 g	—	—	—	—	—	0,003	—	0,046	0,018
Gerstengraupen	10 g	—	—	—	—	—	0,0001	—	0,042	0,003
Nudeln	10 g	—	—	—	—	—	—	0,008	—	—
Trockenmilch	10 g	—	—	—	—	0,020	—	—	—	—
Käse	10 g	—	—	—	—	0,020	—	—	—	—
Quark	10 g	—	—	—	—	0,004	—	—	—	—
Kartoffel	100 g	—	—	—	—	0,025	—	—	0,089	0,014
Hülsenfrüchte	10 g	—	—	—	—	0,010	—	—	—	—
Zucker	10 g	—	—	—	—	—	—	0,012	—	—

1) Die Restriktionen können nicht in jedem Falle um die angegebenen Mengen erhöht bzw. reduziert werden. Dies ist nur innerhalb bestimmter Grenzen zulässig. Die Mengenangaben sind daher nur als Maßzahlen zu betrachten.

2) untere Grenze.

Tabelle 6. Schattenpreise für nicht aktiv gewordene Lebensmittel der Rationen I-9 in DM per kg bzw. pro Tablette<sup>1)</sup>

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Schweinefleisch	—	—	—	—	0,440	—	—	0,700	0,210
Geflügel	—	—	0,420	0,120	0,410	—	—	0,370	0,320
Salzheringe	0,900	0,720	—	—	0,750	—	—	—	—
Frischfisch	—	—	—	—	—	0,180	—	0,160	—
Vollmilch	0,160	0,020	—	—	—	—	—	—	—
Käse mager	0,600	—	0,060	—	—	—	—	—	—
Käse halbfett	0,660	0,004	—	—	—	—	—	—	—
Quark	0,680	0,330	0,180	—	—	—	—	—	—
Zucker	0,150	0,250	0,270	—	—	—	—	—	—
Margarine	0,550	0,540	0,220	—	—	—	—	—	—
Pflanzenöl	0,230	0,230	0,230	—	—	—	—	—	—
Brot	0,140	0,040	0,080	—	—	—	—	—	—
Weizenmehl	0,040	—	—	0,120	—	—	—	—	—
Nudeln	0,320	0,240	0,330	0,430	—	—	—	—	—
Reis	0,040	0,007	0,090	0,600	—	0,270	0,050	—	—
Hülsenfrüchte	0,360	—	—	—	—	—	—	—	—
Rüben	0,490	0,480	—	—	—	0,670	—	0,080	—
Salat	—	—	—	—	0,570	—	—	—	—
grüne Bohnen	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Kohl	0,460	0,570	0,550	0,460	0,580	—	—	—	0,070
Äpfel	0,710	0,670	0,580	—	0,690	0,020	—	—	0,620
Beerenobst	0,920	0,970	1,000	0,330	0,020	0,960	—	0,400	0,380
Steinobst	0,970	0,970	0,870	0,840	0,270	0,990	0,360	0,050	0,670
Multivitaminintabl. A	0,090	0,010	—	—	—	0,140	—	—	—
Multivitaminintabl. B	0,060	0,040	—	—	—	0,003	—	—	—
Multivitaminintabl. C	0,150	—	—	—	—	0,260	—	—	—

<sup>1)</sup> Es werden nur die Lebensmittel und Multivitamintabletten aufgeführt, deren Schattenpreise I. — DM oder weniger pro kg oder Tablette betragen.

sie aus wirtschaftlichen Gründen erwähnenswert. So ist die Trockenmagermilch die billigste Quelle für tierisches Eiweiß und Schweineschmalz das preiswerteste Fett.

Um zu praktisch realisierbaren Tagesrationen zu kommen, müssen der Warenkorb und das Restriktionssystem schrittweise verändert werden.

*Ration Nr. 2: Nahrungsmittel und Preise* wie Tab. 2, aber ohne Trockenmagermilch.

*Restriktionen wie Tab. 3, zusätzlich Haferflocken klgl. 50 g.*

Lösung, limitierende Restriktionen und Schattenpreise s. Tab. 4, 5, 6, Spalte 2.

Ration 2 zeigt, daß an Stelle der Trockenmagermilch Käse als Lieferant für tierisches Eiweiß auftritt. Spinat bleibt das preiswürdigste Gemüse, und zur Erfüllung des Vitaminbedarfes werden Multivitamintabletten herangezogen.

Ein Blick auf die Preisgrenzen und die Schattenpreise ergibt ökonomisch wichtige Hinweise. Wenn Magerkäse nur um mehr als DM 0,006 pro kg teurer wird, muß eine neue Berechnung angestellt werden. Das gleiche gilt für Hülsenfrüchte, wenn sie nur mehr als DM 0,004 pro kg teurer werden. Schweineschmalz und Haferflocken können zum Preise Null einstehen. Sogar bei negativen Preisen, also wenn man beim Einkauf Geld dazu geschenkt bekomme, käme nicht mehr davon in die Ration, weil die Höchstmengen beider Nahrungsmittel in der Ration limitiert sind und die lineare Programmierung ein geschlossenes System berechnet. Die niedrigen Schattenpreise für Vollmilch, halbfetten Käse, Brot und Reis zeigen, daß schon ganz geringe Preisreduktionen bei diesen Nahrungsmitteln neue Berechnungen erfordern. Die Zusammensetzung der Ration 2 ist also recht labil.

Da Spinat nur saisonal zur Verfügung steht, wurde er bei der Berechnung der nächsten Ration fortgelassen. Auch die Multivitamintabletten wurden aus dem Nahrungsmittelangebot eliminiert, weil sie keinen Bestandteil der üblichen Nahrung darstellen. Wie weitere hier nicht veröffentlichte Berechnungen zeigten, sind Multivitamintabletten häufig in Minimalkostenlösungen anzutreffen. Das besagt, daß sie unter bestimmten Bedingungen preiswürdige Vitaminträger für die Ernährung darstellen.

*Ration Nr. 3: Nahrungsmittel und Preise* wie Tab. 2, aber ohne Trockenmagermilch, Spinat und Multivitamintabletten.

*Restriktionen wie Tab. 3, zusätzlich Haferflocken klgl. 50 g.*

Lösung, limitierende Restriktionen und Schattenpreise s. Tab. 4, 5, 6, Spalte 3.

Um möglichst rasch zu einer praktisch durchführbaren Rationsgestaltung zu kommen, wurde für die nächsten Berechnungen ein neues Restriktionssystem gewählt. Dabei wurde neben ökonomischen Gesichtspunkten auch arbeitstechnischen Belangen und Ernährungsgewohnheiten Rechnung getragen.

*Ration Nr. 4: Nahrungsmittel und Preise* wie Tab. 2, aber ohne Spinat und Multivitamintabletten.

Lösung, limitierende Restriktionen und Schattenpreise s. Tab. 4, 5, 6, Spalte 5.

Infolge des erweiterten Restriktionssystems wird die Ration 4 reichhaltiger, zugleich auch teurer. Sie stellte eine Liste der preiswürdigsten Nahrungsmittel dar. Außer Eiern und Margarine, die in die Lösung hineingezwungen wurden,

sind alle übrigen Nahrungsmittel der Ration 4 entweder als preiswürdigste durch die Rechenverfahren ausgewählt worden (Vollmilch, Mohrrüben, Kohl), sie sind in höherer Menge als gefordert enthalten (Wurstwaren, Brot) oder sie mußten in ihrem Anteil sogar begrenzt werden (Trockenmagermilch, Käse, Quark, Haferflocken, Hülsenfrüchte, Kartoffeln).

Tabelle 7.

<i>Restriktionen für Ration 4</i>		
Tierisches Eiweiß	grgl.	38,0 g
Gesamteiweiß	grgl.	69,0 g
Fett (Reinfett)	klgl.	78,0 g
davon Speisefette	klgl.	40,0 g
Kalorien		2230-2250 kcal
Kalzium	grgl.	880 mg
Phosphor	grgl.	1360 mg
Eisen	grgl.	15,0 mg
Vitamin A	grgl.	5000 I. E.
Vitamin B <sub>1</sub>	grgl.	1,4 mg
Vitamin B <sub>2</sub>	grgl.	1,7 mg
Vitamin C	grgl.	75,0 mg
Trockenmilch	klgl.	30,0 g
Margarine	grgl.	20,0 g
Brot	grgl.	100,0 g
Käse	klgl.	20,0 g
Quark	klgl.	20,0 g
Haferflocken	klgl.	20,0 g
Kartoffeln	klgl.	450,0 g
Hülsenfrüchte	klgl.	15,0 g
Weizenmehl	klgl.	10,0 g
Fleisch	grgl.	50,0 g
Eier	grgl.	15,0 g

*Ration Nr. 5: Nahrungsmittel und Preise* wie in Tab. 2, aber ohne Trockenmagermilch, Spinat und Leberwurst. Statt Leberwurst wird Fleischwurst zum Preis von DM 4,80/kg angeboten.

Diese Ration unterscheidet sich von den anderen dadurch, daß nun auch Restriktionen in Form von Mindest- bzw. Höchstmengen an Nahrungsmitteln zu berücksichtigen sind. Diese Nahrungsmittelmengen entsprechen einerseits den Voraussetzungen einer vollwertigen Ernährung, andererseits werden sie den vorwaltenden mittleren Konsumgewohnheiten gerecht.

*Restriktionen:* Tierisches Eiweiß bis Vitamin C wie Tab. 7, dazu folgende Mengenrestriktionen:

Brot	250-400 g	Wurst	25-100 g
Mühlenerzeugnisse	15- 40 g	Milch	250-500 g
Reis	5- 10 g	Käse und Quark	5- 20 g
Teigwaren	15- 30 g	Eier	15- 60 g
Hülsenfrüchte	5- 10 g	Speisefette	30- 60 g
Gemüse	100-200 g	Fisch	5- 35 g
Obst	100-150 g	Kartoffeln	200-400 g
Fleisch	50-150 g	Zucker	20- 40 g

Lösung, limitierende Restriktionen und Schattenpreise s. Tab. 4, 5, 6, Spalte 5.

Im Sinne der linearen Programmierung ist der Informationswert dieser Lösung nicht groß, da die Lösungsmannigfaltigkeit durch das vorgegebene Mengenrestriktionssystem ziemlich eingeengt ist. Die dem eigentlichen Sinn der LP widersprechende Einengung der Lösungsmöglichkeiten geht daraus hervor, daß mehrere obere Preisgrenzen  $g \leq 1000$  sind, d. h. zum Beispiel der Preis für Fleischwurst könnte unendlich groß werden, ohne daß sie aus der Lösung verschwindet. Das Gleiche gilt für Eier, Zucker, Nudeln und Reis.

#### *Mittagsmahlzeiten:*

Die Rationen 1–5 stellen Tagesrationen dar. Die LP kann auch zur Berechnung von einzelnen Mahlzeiten angewendet werden. Damit könnte sie eventuell die problematischen wirtschaftlichen Fragen der Gemeinschaftsverpflegung objektivieren.

Die Berechnung von Mittagsmahlzeiten erfordert größere Erfahrung im Umgang mit der LP, denn es muß eine erhebliche Anzahl von Bedingungen erfüllt werden, damit küchentechnisch mögliche und den Essensgewohnheiten entsprechende Rationen erhalten werden.

Da die LP aus einer unendlichen Anzahl von Kombinationen die billigste wählt und die „Motive“ der Rechenmaschine dabei nicht überschaubar sind, ist die Aufstellung des Warenangebotes und der Restriktionen für eine praktisch durchführbare Mittagsmahlzeit nur schrittweise möglich. Die Einengung des Nahrungsmittelangebotes und das Wirken einschneidender Restriktionen verteilt natürlich die Rationen, so daß der wirtschaftliche Effekt der LP im ersten Augenblick gering erscheinen mag. Doch sind gerade in der Großverpflegung schon kleine Einsparungen im sog. Materialkosteneinsatz von erheblicher ökonomischer Bedeutung.

Für die Berechnung der Mittagsmahlzeiten wurden zunächst die folgenden Grundrestriktionen (Tab. 8) aufgestellt.

*Tabelle 8. Grundrestriktionen für Mittagsmahlzeiten*

Gesamteiweiß	grgl. 35 g	Vitamin A	grgl. 1700 I.E.
Tierisches Eiweiß	grgl. 23 g	„	B <sub>1</sub> grgl. 0,47 mg
Fett (Reinfett)	klgl. 34 g	„	B <sub>2</sub> grgl. 0,57 mg
davon Speisefett	klgl. 13,3 g	„	C grgl. 25 mg
Margarine	grgl. 6 g		
Kalorien	900–950 kcal		
Kalzium	grgl. 300 mg		
Phosphor	grgl. 450 mg		
Eisen	grgl. 5 mg		

*Ration Nr. 6: Nahrungsmittel und Preise wie Tab. 2, zusätzlich Gerstengraupen DM 0,80 per kg.*

*Restriktionen wie Tab. 8, zusätzlich:*

Spinat	klgl. 200 g	Weizenmehl	klgl. 10 g
Brot	grgl. 50 g	Reis	klgl. 80 g
Haferflocken	klgl. 10 g	Nudeln	klgl. 80 g
Kartoffeln	klgl. 400 g	Vollmilch	klgl. 250 g
Hülsenfrüchte	klgl. 100 g		

Lösung, limitierende Restriktionen und Schattenpreise s. Tab. 4, 5, 6.

Diese Relation ist zwar sehr billig, man kann sie aber kaum als praktizierbares Mittagessen ansehen. Die Trockenmagermilch zeigt sich wieder als preiswürdigster Lieferant für tierisches Eiweiß. Weitere hier nicht angeführte Berechnungen ergaben, daß nach Weglassen der Trockenmagermilch Rindfleisch und Vollmilch in den Rationen erschienen. Nach Eliminierung der Vollmilch gelangten Eier, Rindfleisch und Spinat in die Lösungen. Doch führte keine dieser Änderungen zu einer küchentechnisch möglich und den Essensgewohnheiten entsprechenden Ration. Um dieses Ziel zu erreichen, muß das Warenangebot eingeengt, und es müssen zusätzliche Bedingungen aufgenommen werden.

*Ration Nr. 7: Nahrungsmittel:* (Preise s. Tab. 2) Rindfleisch – Schweinefleisch – Hammelfleisch – Geflügel – Fleischwurst (DM 4,80/kg) – Frischfisch – Vollmilch – Eier – Zucker – Schweineschmalz – Margarine – Pflanzenöl – Nudeln – Gerstengraupen – Reis – Äpfel – Steinobst – Beerenobst – Orangen.

*Restriktionen wie Tab. 8, zusätzlich:*

Reis	klgl. 80 g	Eier	klgl. 142,5 g
Nudeln	klgl. 80 g	Alle Fleischsorten	
Zucker	grgl. 20 g	plus Fisch	klgl. 7,5 g
Vollmilch	klgl. 300 g	Gerstengraupen	klgl. 25 g

Lösung, limitierende Restriktionen und Schattenpreise s. Tab. 4, 5, 6, Spalte 7.

Die Ration Nr. 7 kann als Auflauf- oder Breigericht bezeichnet werden. Als solches kommt ihr bereits praktische Bedeutung zu. Um die Mahlzeit nach ihrer Zusammensetzung ein wenig zu variieren, soll die nächste Ration als „Eier-Spinat-Mahlzeit“ ausgestaltet werden.

*Ration Nr. 8: Nahrungsmittel* (Preise s. Tab. 2):

Rindfleisch – Schweinefleisch – Hammelfleisch – Geflügel – Fleischwurst – Frischfisch – Eier – Schweineschmalz – Pflanzenöl – Weizenmehl – Haferflocken – Kartoffeln – Spinat – Äpfel – Steinobst – Beerenobst – Orangen.

*Restriktionen wie Tab. 8, zusätzlich:*

Spinat	klgl. 200 g	Weizenmehl	klgl. 10 g
Haferflocken	klgl. 25 g	Eier	klgl. 171 g
Kartoffeln	klgl. 400 g		

Lösung, limitierende Restriktionen und Schattenpreise s. Tab. 4, 5, 6, Spalte 8.

Arbeitstechnisch ist diese Ration gut ausführbar. Haferflocken und Rindfleisch ergeben eine breiartige Suppe. Außerdem enthält die Ration Eier und Spinat, wobei drei Eier anstatt der meist üblichen zwei verwendet werden, zum Nachtisch ist Obst vorgesehen.

Des weiteren soll noch eine „Fleismahlzeit“ berechnet werden.

*Ration Nr. 9: Nahrungsmittel* (Preise s. Tab. 2):

Rindfleisch – Schweinefleisch – Hammelfleisch – Geflügel – Fleischwurst – Frischfisch – Schweineschmalz – Margarine – Pflanzenöl – Weizenmehl – Haferflocken – Reis – Kartoffeln – Grüne Bohnen – Salat – Tomaten – Äpfel – Steinobst – Beerenobst – Orangen.

*Restriktionen wie Tabelle 8 mit folgenden Veränderungen:*

Kalzium	grgl.	2,10 mg
Fett (Reinfett	klgl.	40,7 g
davon Speisefett	klgl.	25,0 g
Margarine	grgl.	6,0 g
<i>zusätzlich:</i>		
Pflanzenöl	grgl.	10,0 g
Kartoffeln	klgl.	400,0 g
Reis	klgl.	80,0 g
Haferflocken	klgl.	25,0 g
Weizenmehl	klgl.	5,0 g

Lösung, limitierende Restriktionen und Schattenpreise s. Tab. 4, 5, 6, Spalte 9.

Die Ration Nr. 9 enthält noch 150 g Salat. Jahreszeitlich wird es nicht immer möglich sein, so viel Salat vorzusehen, da die obere Grenze des Preisbereiches bei dem hier gewählten Preissystem nur bis 1,88 DM pro kg geht. Steigt der Preis, so wird der Anteil in der Ration kleiner oder er verschwindet ganz aus der Minimalkostenlösung. Aus den Schattenpreisen der Ration Nr. 9 ergibt sich, daß dann andere Gemüse in die Ration eintreten würden.

Wenn man nur die Normen für den Energie-, Nährstoff-, Mineral- und Vitaminbedarf in Betracht zieht und diätetische Gesichtspunkte, Schmackhaftigkeit und Konsumgewohnheiten außer acht läßt, so würde die Ration Nr. 9 eine Mineralsalz-Multivitamin-Kombination enthalten, falls sie im Nahrungsmittelangebot enthalten wären. Dies trifft in noch höherem Maße für die Ration 7 (Auflauf) zu, während für die Ration 8 (Spinat) ein Kalkpräparat zu verwenden wäre.

Wichtige Hinweise ergeben sich aus dem Vergleich der limitierenden Restriktionen (Tab. 5). So stellt die Forderung für tierisches Eiweiß immer einen kostenbegrenzenden Faktor dar. Teuer wird diese Restriktion aber erst in den Rationen 8 und 9, wo nur Fleisch, Fisch oder Eier als Träger von tierischem Eiweiß angeboten werden. Die Kalorien-Restriktion (untere Grenze) wirkt ebenfalls, mit Ausnahme von Ration 7 (Auflaufgericht), überall limitierend. Eine Erhöhung dieser Forderung würde bei der Spinat-Eier-Mahlzeit 8 besonders teuer werden. Läßt man mehr Reinfett zu (eine Restriktion vom klgl.-Typ), so würde dies nur die Rationen 3 und 8 verbilligen. Höhere Anteile von Speisefett könnten die Kosten der Rationen 1-3 sowie 6 und 9 um einen allerdings nur kleinen Betrag senken.

Vitamin A ist nur bei den Mittagsmahlzeiten 7-9 übererfüllt, sonst aber an der Grenze der Forderung. Vitamin B<sub>1</sub> ist in den Rationen 7 und 9 kostenbegrenzend; bei dem System der Auflaufmahlzeit Nr. 7 würde die Erhöhung der Vitamin B<sub>1</sub>-Forderung um 1 mg sogar DM 1,02 kosten. Dies kann als Hinweis dafür gewertet werden, daß die Versorgung mit Vitamin B<sub>1</sub> bei einem Teil der heute üblichen Ernährung an der unteren Grenze des Bedarfes steht.

Von den Mineralien wird Kalzium in der Ration 8 und besonders in der Ration 9 knapp. Die Erfüllung der Kalzium-Norm ist besonders bei der letztgenannten Ration kostspielig, obwohl sie hier gegenüber den Relationen 7 und 8 von 300 mg auf 210 mg herabgesetzt wurde, damit eine praktizierbare und nicht zu teure Ration entstand. Dies fordert dazu auf, bei der Gemeinschaftsverpflegung auf den Kalziumgehalt der angebotenen Nahrungsmittel zu achten;

die Phosphor-Versorgung ist unproblematisch, dagegen erfordert der hohe Preis der Eisen-Restriktion in Ration 7 Beachtung.

### Diskussion

Alle in dieser Arbeit aufgeführten Rationen sind Minimalkostenlösungen, d. h. unter den jeweils angeführten Bedingungen und Preisen ist es nicht möglich, aus den angebotenen Nahrungsmitteln eine billigere Kombination auszuwählen als die angegebene.

Während man in der Tierernährung eine ziemliche Freiheit in der Auswahl der Futtermittel und damit eine größere Lösungsmöglichkeit hat, ist diese bei Rationen der menschlichen Ernährung wesentlich geringer. Es ist einer Reihe von Gegebenheiten Rechnung zu tragen, wie dem Geschmack, der Verdaulichkeit, dem Volumen und schließlich müssen sich aus der errechneten Kombination eine oder mehrere Mahlzeiten zubereiten lassen, die den Konsum- und Essensgewohnheiten entsprechen. Ration 1 und 6 erfüllen diese Anforderungen nicht. Wie aber die Rationen 4, 7, 8 und 9 zeigen, ist es durchaus möglich, mit der LP Rationen zu gestalten, die ernährungsphysiologischen und küchenpraktischen Ansprüchen gerecht werden. Dies geschieht durch Einengung des Nahrungsmittelangebotes und durch Aufstellung zusätzlicher Restriktionen. Damit werden zwar die errechneten Rationen teurer, dafür aber auch realisierbar.

Die Anwendung der LP für die menschliche Ernährung kann sich auf mehrere Problemkreise beziehen. Alle Berechnungen eines Warenkorbes, der auf minimalen Kosten aufgebaut ist, wie der für den Fürsorgerichtsatz, der im Auftrag des Deutschen Vereins für Öffentliche Fürsorge von Zeit zu Zeit überarbeitet wird. Dabei geht es darum, den betreffenden Personenkreisen eine wenig kostspielige, zugleich aber ernährungsphysiologisch vollwertige Ernährung zuteil werden zu lassen. Ähnliche Berechnungen bestehen für die Erstellung eines Warenkorbes unehelicher Kinder. Insbesondere in diesem Fall ist es wichtig, einen diesen Bedingungen gerecht werdenden Warenkorb zu erstellen, gehen doch die Ansichten von Behörden, Wissenschaftlern und sonstigen Befragten, vor allem aber bei Müttern und Vätern auseinander, welcher Geldbetrag für die Mütter unehelicher Kinder für einen Mindestaufwand für die Versorgung eines Kindes ausreicht. Die Ernährungsausgaben bilden über 50% des Gesamtaufwandes. Auch deshalb ist es ratsam, diese Ausgaben nach einer objektiven Berechnungsmethode zu ermitteln. Aus diesem Grunde bietet sich auch hier die LP an, wie auch bei der Berechnung von Zulagen von Krankendiäten und Schonkostformen für Sozialempfänger.

Auf die Bedeutung der LP für die Gemeinschaftsverpflegung wurde bereits hingewiesen. In den meisten Großküchen sind die Teilnehmer am Mittagessen in der Weise voreingenommen, daß sie höhere Forderungen stellen, als sie in Wirklichkeit finanziell begleichen wollen. Teilnehmerzahl und Bedeutung der Gemeinschaftsverpflegung wachsen unterdessen ständig. Immer mehr Personen erhalten täglich wenigstens eine Mahlzeit – meist eine Hauptmahlzeit – in der Gemeinschaftsverpflegung. Das sind rund ein Drittel der von mehr als 10 Millionen Menschen aufzunehmenden Nährwerte. Mit objektiven Hilfsmitteln gilt es gerade hier zu eruieren, wie eine vollwertige Nahrung am preisgünstigsten zusammengesetzt ist und einen Beitrag zur Erhaltung von Gesundheit und Leistungsfähigkeit geben kann.

Ferner könnte die LP zu einem Hilfsmittel bei vielen sonstigen ernährungsstatistischen Arbeiten werden. Eine fortlaufende Berechnung von Mahlzeiten als „Normrationen“ ergäbe einen Maßstab für die Ernährungskosten von bestimmten Alters- und Berufsschweregruppen. Der Kostentrend ließe sich über längere Zeiträume ermitteln und Kostenvergleiche auf lokaler, nationaler und internationaler Ebene könnten angestellt werden.

Auch in der Entwicklungshilfe ist der linearen Programmierung eine Bedeutung zuzusprechen unter Berücksichtigung der jeweiligen landschaftlichen oder nationalstaatlichen Verhältnisse. Namentlich für die rationelle und ökonomische Versorgung größerer Kollektive können Minimalbeträge, die in der Ernährung des einzelnen unbeachtet bleiben, entweder größere Einsparungen erwirken oder weiteren Menschen zu einer verbesserten Ernährung verhelfen.

Nach Drucklegung erhielten wir ein Manuskript von J. St. L. PHILPOT (Oxford) „The Mathematics of Minimal Cost Diets“ aus dem Jahre 1940, in dem die Methode der Linearen Programmierung bereits vollständig dargestellt wird, ohne daß allerdings der Name genannt wird.

### Zusammenfassung

Die lineare Programmierung (LP) ist eine Methode, die zur Untersuchung mathematischer Modelle bei wirtschaftlichen Vorgängen angewendet wird. Das Grundproblem der LP ist, den Wert einer linearen Zielfunktion, deren Variable vorgegebenen Gleichungen und Ungleichungen genügen, zu maximieren oder zu minimieren. Die LP bietet ein Verfahren zur Lösung von Optimierungsaufgaben, wobei theoretisch beliebig viele Komponenten so kombiniert werden, daß unter gegenseitiger Kompensation die geringstmöglichen Kosten entstehen oder der höchstmögliche Gewinn erzielt wird.

In vorliegender Arbeit wurde ein Versuch gemacht, die LP der menschlichen Ernährung nutzbar zu machen. Für die Berechnung der Minimalkostenlösung wurden benutzt a) „gewogene“ Nahrungsmittelpreise nach Preisen des Statistischen Bundesamtes; b) Nährstoffanalysen nach der „Kleinen Nährwerttabelle der Deutschen Gesellschaft für Ernährung“; c) „Restriktionen“, die aus der Tabelle über die wünschenswerte Höhe der Nahrungszufluhr des Ausschusses für Nahrungsbedarf der Deutschen Gesellschaft für Ernährung ermittelt werden.

Es werden mehrere Beispiele von preislich günstigen Rationen für Tagesverpflegungen und für Mittagsmahlzeiten in Großküchen berechnet. Ihre Vor- und Nachteile bzw. ihre Eignung für die Küchenpraxis wird diskutiert. Die LP für die menschliche Ernährung könnte auf weitere Beispiele von Warenkörben, die auf minimalen Kosten basieren, angewendet werden (Speisenpläne für Krankendiäten und Schonkostformen für Sozialempfänger, Speisenpläne für Großküchen, Nahrungszusammenstellungen unter besonderen Aspekten für die Bevölkerung von Entwicklungsländern).

### Schrifttum

1. BECHER, A., W. PRINZ und H. SCHMIDTBORN, Kraftfutter **46**, Nr. 3 (1963). — 2. BECHER, A., W. PRINZ, H. SCHMIDTBORN und H. ZUCKER, Kraftfutter **46**, Nr. 3 (1963). — 3. COMBS, G. F., I. L. MILLIGAN, and I. L. MARTIN: Feedstuffs **1963**, Aug. 10. — 4. DANTZIG, G. B. und T. C. KOOPMANS, Activity Analysis of Production and Allocation, Chap. 21, Maximization of a Linear Function of Variables Subject to Linear Inequalities (New York 1951). — 5. HUTTON, R. F., G. A. KING, and R. V. BUTCHER, USDA, Prod. Res. Rep. No. 20 (Washington, D. C. 1958). — 6. JOKSCH, H. C., Lineares Programmieren (Tübingen 1962). — 7. KRELLE, W. und H. P. KÜNZI, Lineare Programmierung (Zürich 1958). — 8. LANGEN, H.,

Lineare Programmierung (Berlin 1963). — 9. LORENZ, G., Kraftfutter **46**, Nr. 3 (1963). — 10. MADDY, K. H., R. B. GRAINGER, W. A. DUDLEY, and F. PUCHAL, Feedstuffs **1963**, April 6, 28. — 11. REISCH, E., Die lineare Programmierung in der landwirtschaftlichen Betriebswirtschaft (München 1962). — 12. SCHOLTYSEK, S., G. LORENZ und H. HÄNDLER, Kraftfutter **46**, Nr. 3 (1963). — 13. TRÉMOLIÈRES, J., Annales Nestlé, 252—263 (Lausanne 1961). — 14. WAUGH, J., Farm Economics **33**, 299 (1951). — 15. WEINSCHENK, G. und E. NEANDER, Agrarwirtschaft **8**, 321 (1959); Kraftfutter **43**, Nr. 2, 60 (1960). — 16. British Medical Association, Report of the Committee on Nutrition (London 1950). — 17. Canadian Council on Nutrition, Bulletin Nutrition, 2. Jg., 1 (1950). — 18. Die wünschenswerte Höhe der Nahrungszufuhr, Empfehlungen des Ausschusses für Nahrungsbedarf der Deutschen Gesellschaft für Ernährung e. V., Frankfurt/M., 2. überarb. Ausgabe, (Frankfurt/M. 1962). — 19. Food and Agriculture Organization of the United Nations, Nutritional Studies on Calorie Requirements (Rome 1957). — 20. Kleine Nährwerttabelle der Deutschen Gesellschaft für Ernährung, zusammengestellt von WIRTHS, W., 9. verb. Auflage (Frankfurt/M. 1962). — 21. Nederlandse Voedingsmiddelen Tabel, Uitgave van het Voorlichtingsbureau voor de Voeding, Dir. Prof. Dr. C. DEN HARTOG (Uitgave 1957). — 22. Physiologische Ernährungsnormen, bestätigt vom Ministerium für Gesundheitsschutz (Moskau 1951). Als Anhang wiedergegeben in der deutschen Bearbeitung von: SCHTENBERG, A., G. M. GELLER und H. F. KAZPRSHAK, Chemische Zusammensetzung und Nährwert der Lebensmittel (Red. BOLDYREW, T. J. und O. P. MOLSCHANOWA) (Moskau 1954), deutsche Bearbeitung von H. K. GRÄFE (Berlin 1959). — 23. Recommended Dietary Allowances, Food and Nutrition Board, National Research Council, Publication 589, Revised 1958 (Washington D. C. 1958). — 24. Statistisches Bundesamt, Preise, Löhne, Wirtschaftsrechnungen, Reihe 13, Wirtschaftsrechnungen II. Verbrauch in Haushalten von Renten- und Fürsorgeempfängern 1962 (Stuttgart 1963).

Anschriften der Verfasser:

Priv.-Doz. Dr. WILLI WIRTHS, Max-Planck-Institut für Ernährungsphysiologie, Dortmund,  
Rheinlanddamm 201  
Dr. med. ALFONS BECHER, DEGUSSA, Frankfurt (Main), Weißfrauenstraße  
WALTER PRINZ, Hanau (Main), Uferstraße 17.

Aus dem Physiologisch-Chemischen Institut der Johannes Gutenberg-Universität Mainz  
(Direktor: Prof. Dr. Dr. K. Lang)

## Physiologische Wirkungen und Stoffwechsel dimerer Fettsäuren

### II. Mitteilung: Stoffwechsel\*)

Von A. FRICKER, E. SCHÄFFNER und K. LANG

Mit 1 Abbildung und 3 Tabellen

(Eingegangen am 19. 3. 1964)

Der Stoffwechsel von Fetten im tierischen und menschlichen Körper ist ein noch nicht in allen Einzelheiten geklärter Vorgang. Zwar weiß man, daß Nahrungsfette praktisch unverändert aus dem Magen in den Darm gelangen. Dort werden sie teilweise enzymatisch aufgespalten in Diglyzeride, Monoglyzeride und – in sehr geringem Umfang – in freie Fettsäuren und Glyzerin. (Die frühere Annahme einer praktisch vollständigen Spaltung in freie Fettsäuren und Glyze-

\*) I. Mitteilung: CZOK, G., GRIEM, W., KIECKEBUSCH, W., BÄSSLER, K. H. und K. LANG, Physiologische Wirkungen und Stoffwechsel dimerer Fettsäuren (Physiologische Wirkungen) folgt in Bd. 5, Heft 2.